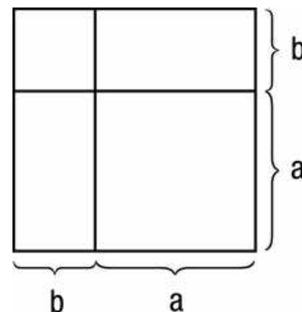
Expresiones algebraicas

Algunos productos conocidos

ACTIVIDAD 1

Podemos asociar algunas expresiones algebraicas con el cálculo de áreas de figuras geométricas. Por ejemplo, tenemos un cuadrado de lado "a + b" (piensen que a y b son dos números reales cualesquiera), dividido de la siguiente forma: podemos calcular el área total como si no estuviera dividido, o sumar las áreas parciales de cada una de las regiones.



a. ¿Cuáles de las siguientes igualdades pueden relacionarse con el gráfico? Para los casos que seleccionen indiquen si las igualdades son verdaderas o no, y justifiquen.

i. $4 (a + b) = a^2 + b^2$

ii. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

iii. $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + a^2b^2$

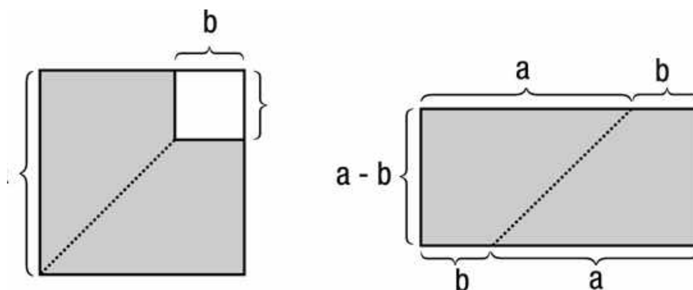
iv. $(a + b) (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2$

b. Si a o b es un número negativo, ya no puede representar una longitud; es decir, la representación geométrica no es adecuada. Prueben, reemplazando a y b varias veces por valores positivos y negativos, si se verifican para valores negativos las igualdades que seleccionaron.

ACTIVIDAD 2

A partir del siguiente gráfico, en el que la segunda figura se formó reordenando 2 de las piezas incluidas en el cuadrado de lado a, se puede dar una justificación geométrica de la identidad:

$a^2 - b^2 = (a + b) (a - b)$



a. Expliquen a qué figura hace referencia cada miembro de la igualdad.

b. Analicen si la igualdad se cumple para cualquier elección de a y b, o sólo para algunas. Escriban cómo lo pensaron.

ACTIVIDAD 3

Encuentren una justificación geométrica para la identidad:

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Pista: ¿Cómo se representa o se halla gráficamente la diferencia entre dos segmentos?

Además de considerar a y b positivos, por usarlos como longitudes, ¿qué relación deben verificar a y b?



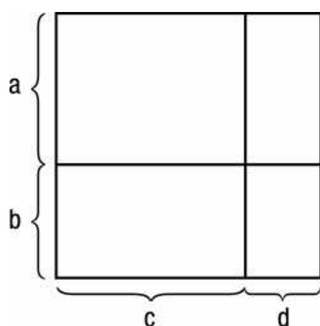
Para reflexionar

La expresión $(a + b)^2$ puede calcularse con el producto $(a + b).(a + b)$. ¿Es esto válido para cualquier par de números a y b?

- ¿Cómo deben hacer para expresar como producto de dos factores la expresión $a^2 + 2ab + b^2$?
- ¿Qué pueden decir de las otras expresiones?
- Estas justificaciones geométricas no sirven para probar las igualdades para todo número real. ¿Por qué? ¿Cómo pueden hacer en los casos anteriores para probar estas identidades para todo número real?

ACTIVIDAD 4

Analicen cómo se relacionan las dos figuras que se incluyen a continuación, con las expresiones algebraicas siguientes. a, b, c y d son 4 números reales positivos. ¿Qué igualdades se pueden establecer en este caso?

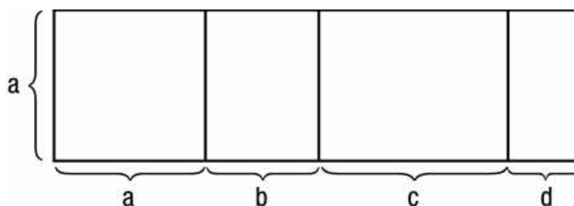


$(a + b) . (c + d)$

$a (a + b + c + d)$

$a a + a b + a c + a d$

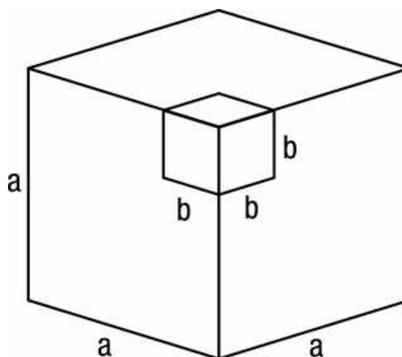
$a c + b c + a d + b d$



ACTIVIDAD 5

Podemos obtener un modelo geométrico para $a^3 - b^3$, considerando un cubo de arista a al que le cortamos un cubito de arista b (menor que a).

Si cortamos el cubito a partir de un vértice del cubo mayor, podemos calcular el volumen restante de una segunda forma, a partir de descomponer la figura en 4 prismas rectos, prolongando las aristas del cubo más chico.



a. Dibujen la descomposición mencionada del volumen restante.

b. Encuentren una expresión algebraica del volumen restante, como suma de los volúmenes de cada parte. Exprésenla como producto.

c. Verifiquen, aplicando propiedad distributiva, que el producto que propusieron se corresponde con la diferencia de los volúmenes.

Para investigar

Busquen una interpretación geométrica de $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Para el caso de $(a - b)^3$, intenten emplear una representación geométrica para hallar una expresión equivalente. Expliquen cómo se relaciona con el desarrollo algebraico.

Verifiquen en ambos casos, empleando la propiedad distributiva.

